**4. Соотношения между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного и того же угла**

Вспомним, что ***синусом угла*** α называется ордината точки Рα, полученной поворотом точки P(1;0) вокруг начала координат на угол α. ***Косинусом угла*** α называется абсцисса точки Рα, полученной поворотом точки P(1;0) вокруг начала координат на угол α. ***Тангенсом угла*** α называется отношение синуса угла α к его косинусу. К***отангенсом угла*** α называется отношение косинуса угла α к его синусу.

Итак, выясним зависимость между синусом и косинусом.

Пусть на координатной плоскости изображена единичная окружность с центром в начале координат. Точка P(1;0) совершает поворот против часовой стрелки на угол α и оказывается в точке М(х;у).

По определению синуса и косинуса можно сказать, что абсцисса точки М равна косинусу угла поворота, то есть *x=cos a*, а ордината точки M равна синусу угла поворота, то есть *y=sin a*.

Тогда можем записать, что точка M(*cos a; sin a*).



Теперь вспомним, что уравнение единичной окружности имеет вид:

*x2+y2=1*

Так как точка M принадлежит нашей единичной окружности, то её координаты удовлетворяют этому уравнению.

А значит, можем записать:

*cos2 α+sin2 α=1* (1)

Это равенство называют ***основным тригонометрическим тождеством***. Оно выполняется при любых значениях α. Основное тригонометрическое тождество часто используется при преобразовании тригонометрических выражений.

Давайте из этого тождества выразим *sin* α.

*sin2 α=1-cos2 α*

Извлекаем квадратный корень из обеих частей равенства:

,

,

, если α – угол I или II четверти.

, если α – угол III или IV четверти.

В общем можем записать так:

 (2)

Теперь выразим *cos* α*.*

Извлекаем квадратный корень с обеих частей равенства

,

.

, если α – угол I или IV четверти.

, если α – угол II или III четверти.

В общем, можем записать так:

 (3)

Вот таким образом мы получили равенства, которые связывают значения синуса и косинуса одного и того же угла.

Теперь выясним зависимость между тангенсом и котангенсом. По определению

, .

И получим

 (4)

Выразим из этого равенства *tg* αи получим, что

 (5)

И выразим c*tg* α тогда получим, что

 (6)

Важно отметить, что так как на нуль делить нельзя, то *tg* α *≠ 0 и ctg* α *≠ 0,* то есть

Найдем зависимость между тангенсом и косинусом. Для этого разделим обе части основного тригонометрического тождества

При этом *cos* α не должен равняться нулю, то есть

Преобразуем левую часть равенства:

Первое слагаемое в левой части можем записать как 1, второе – как *tg2ɑ.*

 (7)

Эта формула и показывает зависимость между тангенсом и косинусом. Из этой формулы мы можем выразить тангенс через косинус и косинус через тангенс.